

**Exercice 1 :**

a) ?  $R_{10}(r) : n = 1, l = 0$  état  $1s^1$

$$M = n - l - 1 = 0, \alpha = \frac{1}{n} = 1, k = 0, v_{10}(x) = x^{l+1} \sum_{k=0}^M C_k x^k = x C_0$$

La condition de normalisation permet de déterminer la constante  $C_0$  à savoir :

$$a_0 \int_0^{\infty} v_{10}^2(x) e^{-2x} dx = 1 \Rightarrow a_0 C_0^2 \int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{-2x} dx = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{2}{\sqrt{a_0}}$$

$$v_{10}(x) = \frac{2}{\sqrt{a_0}} x \Rightarrow u_{10}(x) = v_{10}(x) e^{-x} = \frac{2}{\sqrt{a_0}} x e^{-x}, \Rightarrow u_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a_0}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$R_{10}(r) = \frac{u_{10}(r)}{r} = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

b) ?  $R_{20}(r) : n = 2, l = 0$  état  $2s^1$

$$M = n - l - 1 = 1, \alpha = \frac{1}{n} = \frac{1}{2}, k = 0, 1, v_{20}(x) = x^{l+1} \sum_{k=0}^1 C_k x^k = C_0 x + C_1 x^2$$

A partir de la relation de récurrence  $C_k = \frac{2\alpha(k+l)-2}{k^2+k(2l+1)} C_{k-1} \Rightarrow C_1 = -\frac{C_0}{2}$

$$v_{20}(x) = C_0 x + C_1 x^2 = C_0 \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

La condition de normalisation permet de déterminer la constante  $C_0$  à savoir :

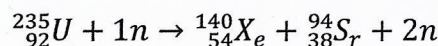
$$a_0 \int_0^{\infty} v_{20}^2(x) e^{-x} dx = 1 \Rightarrow a_0 C_0^2 \int_0^{\infty} \left(x - \frac{x^2}{2}\right) \cdot e^{-x} dx = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{1}{\sqrt{2a_0}}$$

$$v_{20}(x) = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(x - \frac{x^2}{2}\right), \quad u_{20}(x) = v_{20}(x) e^{-\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(x - \frac{x^2}{2}\right) e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow$$

$$u_{20}(r) = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(\frac{r}{a_0} - \frac{r^2}{2a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}, \quad R_{20}(r) = \frac{u_{20}(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{2a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

**Exercice 2 :**

- Equation de la réaction :



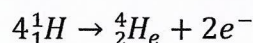
- Energie libérée en MeV :

$$Q = E_l(X_e) + E_l(S_r) - E_l(U) = 184.5 \text{ MeV}$$

- Equations des réactions des quatre étapes :



- Equation de la réaction :



- Diminution de la masse du soleil :

$$\Delta m_{\text{jour}} = \frac{E_{\text{jour}}}{c^2} \rightarrow 3,3 \cdot 10^{14} \text{ Kg}$$
$$\Delta m_{\text{an}} = \Delta m_{\text{jour}} \cdot 365 = 1,2 \cdot 10^{17} \text{ Kg}$$

- Durée de vie du soleil :

$$\Delta t = \frac{M_{\text{soleil}}}{\Delta m_{\text{an}}} = 1,67 \cdot 10^{13} \text{ années}$$

- Masse d'Hélium produite :

Nombre de réactions par jour :

$$N_{\text{reac/jour}} = \frac{E_{\text{jour}}}{E_{\text{reac}}} = \frac{3 \cdot 10^{31}}{25,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,31 \cdot 10^{42}$$

Chaque réaction produit un noyau d'Hélium de masse :

$$m_{\text{He}} = \frac{M_{\text{He}}}{N_A} = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

Chaque jour le soleil produit une masse d'Hélium de :

$$m_{\text{jour}} = m_{\text{He}} \cdot N_{\text{reac/jour}} = 4,825 \cdot 10^{16} \text{ Kg}$$